

測量士補・土地家屋調査士  
試験合格をめざして!

明快



よくわかる

数学

3 訂版

黒杉 茂 著 (工学修士)

東京法経学院

〔R〕〈日本複製権センター委託出版物〉

本書（誌）は無断で複写複製（電子化を含む）することは、著作権法上の例外を除き、禁じられています。本書（誌）をコピーされる場合は、事前に日本複製権センター（JIRC）（電話：03-3401-2382）の許諾を受けてください。また本書を代行業者等の第三者に依頼してスキャンやデジタル化することは、たとえ個人や家庭内での利用であっても一切認められておりません。

JIRC 〈<http://www.jirc.or.jp>/eメール：info@jirc.or.jp〉

## はしがき

『明快!よくわかる数学』は、ごく基本的な事項から一步一步段階的に学習できるように作成された、社会人のための入門書です。単に手先の技巧だけでなく、基礎的な事柄や数学の考え方をじっくり身につけて、学習者が本当にご自身で数学の問題や理屈を考え、応用していただくことを目的として編集いたしました。

本書は、数学的内容の組み立てに、数学と関連の深い測量という観点から、徹底的に注意が払われています。また、練習問題も豊富に載せております。例題や練習問題を解くことで、このような積み上げられた知識である数学を、頭の中でしっかりともち、それを自力で働かせるように練習してください。

なお、数学の学習では、必ず「答えを合わせて確かめる」ということが重要です。今日学んだことが明日の学習に役立つようにするために、学習事項をまとめておくことも大切です。

本書が、測量士補や土地家屋調査士の資格取得をめざしている方々はもとより、一般の学習者にとっても、数学とそれを応用する力を身につけるのに真に役立つ書籍として、活用されることを祈念しております。

最後に、本書が仕上がるまでに、つたない原稿を整理していただいた編集スタッフの坂口由良さんや、表記の間違いや校正等でお世話になったエディターの岩見恵子さんほか、関係する皆様には、様々な貴重な助言とお世話をいただきました。この場を借りて御礼申し上げます。有難うございました。

### 《三訂版発刊にあたって》

測量という観点から、中学校や高校で学ぶ数学を、わかりやすく解説した本書の三訂版の出版に当たり、東京法経学院編集部の方々には、さらなるブラッシュアップに多大なるご尽力をいただきました。ここに厚くお礼申し上げます。

2024年8月 黒杉 茂

# 目次

## 第1章 四則の計算

|                 |    |
|-----------------|----|
| 1-1 正の数と負の数     | 8  |
| 1-1-1 正の符号と負の符号 | 8  |
| 1-1-2 絶対値       | 10 |
| 1-1-3 数の大小      | 11 |
| 1-2 加法と減法       | 14 |
| 1-2-1 たし算       | 14 |
| 1-2-2 引き算       | 17 |
| 1-3 乗法と除法       | 23 |
| 1-3-1 掛け算       | 23 |
| 1-3-2 割り算       | 28 |
| 1-3-3 逆数        | 32 |
| 1-4 四則のまじった計算   | 35 |
| 1-4-1 分数の加法・減法  | 35 |
| 1-4-2 分数の乗法・除法  | 37 |
| 1-5 角度の四則計算     | 40 |
| 1-5-1 たし算       | 40 |
| 1-5-2 引き算       | 43 |
| 1-5-3 掛け算・割り算   | 45 |
| 1-5-4 小数点を含む角度  | 48 |
| ていーぶれいく         | 49 |

## 第2章 式の計算

|                   |    |
|-------------------|----|
| 2-1 文字と数字         | 52 |
| 2-2 指数の法則         | 53 |
| 2-3 平方根について       | 56 |
| 2-4 1次方程式         | 61 |
| 2-5 連立方程式         | 64 |
| 2-5-1 2つの文字を含む方程式 | 64 |
| 2-5-2 1次関数        | 64 |
| 2-5-3 連立方程式       | 68 |
| ていーぶれいく           | 72 |

## 第3章 図形の基本性質

|             |    |
|-------------|----|
| 3-1 直線と位置関係 | 76 |
|-------------|----|

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 3-2 平行線と角          | 78  |
| 3-2-1 対頂角          | 78  |
| 3-2-2 同位角と錯角       | 78  |
| 3-3 多角形とその角        | 83  |
| 3-3-1 三角形の角        | 83  |
| 3-3-2 鋭角・直角・鈍角と三角形 | 85  |
| 3-3-3 二等辺三角形と正三角形  | 86  |
| 3-3-4 多角形の角        | 89  |
| 3-4 図形の合同          | 93  |
| 3-4-1 合同な図形の性質     | 93  |
| 3-4-2 三角形の合同条件     | 94  |
| 3-4-3 直角三角形の合同条件   | 97  |
| 3-5 平行四辺形          | 99  |
| 3-5-1 平行四辺形とは      | 99  |
| 3-5-2 特別な平行四辺形     | 102 |
| 3-5-3 平行線と面積       | 104 |
| 3-6 円と円周角          | 107 |
| 3-6-1 円            | 107 |
| 3-6-2 円周角          | 109 |
| 3-6-3 接弦定理         | 111 |
| ていーぶれいく            | 113 |

## 第4章 比と比例

|                  |     |
|------------------|-----|
| 4-1 比            | 117 |
| 4-2 連比           | 123 |
| 4-3 比例           | 125 |
| 4-4 相似           | 129 |
| 4-5 相似三角形        | 132 |
| 4-5-1 三角形の相似条件   | 134 |
| 4-5-2 直角三角形の相似条件 | 136 |
| 4-6 正比例          | 140 |
| 4-7 反比例          | 143 |
| 4-8 三平方の定理       | 146 |
| 4-8-1 三平方の定理の近似式 | 155 |
| ていーぶれいく          | 157 |

## 第5章 三角比

|   |     |
|---|-----|
| 5-1 弧度法(ラジアン) .....                     | 160 |
| 5-2 三角比の定義 .....                        | 166 |
| 5-3 基本公式 .....                          | 171 |
| 5-4 特別な角の三角比 .....                      | 174 |
| 5-5 一般の角の三角関数 .....                     | 179 |
| 5-6 負角・余角・補角の法則と方位<br>(測量における求め方) ..... | 185 |
| 5-6-1 負角 .....                          | 185 |
| 5-6-2 余角 .....                          | 186 |
| 5-6-3 補角 .....                          | 187 |
| 5-6-4 方位(測量における求め方) ..                  | 191 |
| 5-7 正弦定理・余弦定理 .....                     | 194 |
| 5-7-1 正弦定理 .....                        | 194 |
| 5-7-2 余弦定理 .....                        | 197 |
| 5-8 三角形・四角形の面積 .....                    | 201 |
| 5-8-1 三斜法 .....                         | 201 |
| 5-8-2 ヘルソンの公式 .....                     | 203 |
| 5-8-3 座標法による計算 .....                    | 203 |
| 5-8-4 行列式を使った求め方 .....                  | 210 |
| 5-8-5 三角形の面積と応用 .....                   | 212 |
| 5-9 三角関数表 .....                         | 217 |
| ていーぶれいく .....                           | 219 |

## 第6章 平面図形と式

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 6-1 内分点・外分点 .....                 | 224 |
| 6-1-1 数直線上の内分点・外分点 ..             | 224 |
| 6-1-2 座標平面上の内分点・外分点 ..            | 227 |
| 6-2 平面直角座標での計算 .....              | 230 |
| 6-3 方向角とその求め方 .....               | 235 |
| 6-3-1 方向角 .....                   | 235 |
| 6-3-2 方向角の求め方 .....               | 237 |
| 6-3-3 2点の座標値より方向角を<br>求める方法 ..... | 240 |
| 6-4 合緯距(X)と合経距(Y) .....           | 245 |
| 6-5 直線の方程式と位置関係 .....             | 249 |

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| 6-5-1 直線の傾きと方向角 ..... | 249 |
| 6-5-2 直線の方程式 .....    | 252 |
| 6-5-3 平行な直線の方程式 ..... | 258 |
| 6-5-4 互いに垂直な直線の方程式 .. | 260 |
| 6-5-5 2直線の交点の座標 ..... | 264 |
| ていーぶれいく .....         | 268 |

## 第7章 測量の計算

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| 7-1 測量の基準 .....       | 272 |
| 7-1-1 地球の形状と大きさ ..... | 272 |
| 7-1-2 位置の基準 .....     | 274 |
| 7-2 平面直角座標(公共座標)とは .. | 280 |
| 7-3 距離について .....      | 284 |
| 7-4 計算において留意すること ..   | 289 |
| 7-4-1 有効数字 .....      | 289 |
| 7-4-2 単位 .....        | 291 |
| 7-4-3 計算順序 .....      | 292 |
| 7-4-4 有理化 .....       | 293 |
| 7-5 平方根の解き方 .....     | 294 |
| 7-6 微小角の取扱い .....     | 297 |
| 7-6-1 微小角 .....       | 297 |
| 7-6-2 偏心補正とは .....    | 301 |
| 7-7 測量誤差(不定誤差) .....  | 309 |
| 7-7-1 標準偏差 .....      | 310 |
| 7-7-2 1測定標準偏差 .....   | 311 |
| 7-7-3 最確値の標準偏差 .....  | 315 |
| 7-8 誤差の伝播の法則 .....    | 318 |
| 7-9 距離と角の精度のつり合い ..   | 320 |
| ていーぶれいく .....         | 322 |
| 付録1 三角関数真数表 .....     | 326 |
| 付録2 数学の公式集 .....      | 328 |
| 付録3 平面直角座標系 .....     | 332 |
| 索引 .....              | 335 |



# 第 1 章

## 四則の計算

この章では、数の計算を中心に、次のことに留意し、学習しましょう。

- ・ 正(+)の符号や負(-)の符号のついた数は、どんなことを表しているか。
- ・ 数の四則計算を、正確に計算できるように。
- ・ 角は、 $1^\circ = 60'$ 、 $1' = 60''$ と60進法です。  
60進法の計算に慣れましょう。
- ・ 測量では、角度は $0^\circ \sim 360^\circ$ です。

そこで、角度の四則計算で留意すべきことを学びましょう。



# 1-1 正の数と負の数

いま、ある人が点Oを基準にして、東へ5m歩いて行き、その点をAとする。そしてA点からさらに東へ3m歩いて行ったとすれば、この人は基準になる点Oから見れば、東へ8m移動したB点にいることになる。

ところで、もし、この人が西の方へ歩いて行ったのであれば、A点は基準になる点Oより西へ5m行った点であり、B点がA点よりさらに西へ3m行った点となるため、B点は基準になる点Oから見れば、西へ8m移動した点になる。

これらの関係を図に示せば図1・1のようになる。

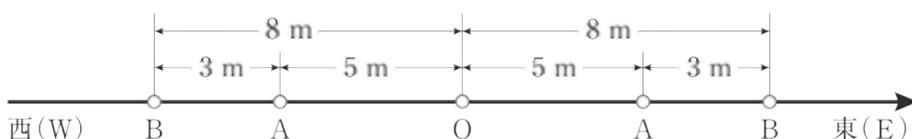


図1・1

さて、東の方にあるA点と西の方にあるA点とは、基準になる点Oから5m離れた距離にある、ということでは同じであるが、方向が東と西となり、ちょうど反対である。東のB点と西のB点についても、O点から8m離れていることは同じであるが、方向が反対である。

## 1-1-1 正の符号と負の符号

そこで、このような向きの違いを表すのに、東の方にある点には+（プラス）の記号を付けて、+5mや+8mと書き、西の方にある点には-（マイナス）の記号を付けて、-5mや-8mと書くのが便利である（実際の測量では、座標の原点より東を+（プラス）、西を-（マイナス）と符号を付けている）。この+を正の符号、-を負の符号といい、正の符号の付いた+5や+8、+3.4という数を正の数、負の符号の付いた-5や-8、-3.4という数を負の数という。

### 補足

測量では、正の符号+と負の符号-は、次の3つの場合に使う。

- ①方向を表すとき … 北の方向が正(+), 東の方向が正(+)
- ②高いか低いを表すとき
- ③誤差を表すとき … 正しい値よりオーバーしているときは正(+), 少ないときは負(-)



補足

分数の分母・分子に0でない同じ数を掛けても、同じ数で割っても、分数の値は変わらない。

あとで述べるが、分数と小数とがまじった式を計算するには、小数を分数に直してから計算するのが原則である。

次に、整数はこれを偶数と奇数とに分けることができる。

偶数というのは、

……, -4, -2, 0, 2, 4, ……

という数であって、これらを2で割ると、

……, -2, -1, 0, 1, 2, ……

というように、やはり整数となる数である。つまり、2の倍数である。

奇数というのは、偶数以外の整数であって、

……, -3, -1, 1, 3, ……

という数である。これらを2で割っても整数とはならない。

これらのことにより、0は偶数であることがわかる。

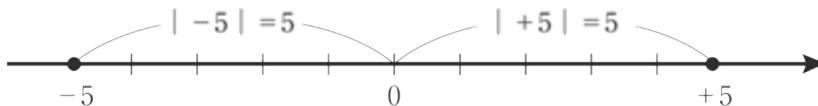
## 1-1-2 絶対値

さて、図1・1において、+5mの距離にある東のA点も、-5mの距離にある西のA点も、原点Oからの距離はともに同じ5mである。このような原点からの距離をその数の絶対値と呼ぶ。したがって、+5の絶対値と-5の絶対値とは等しく、いずれも5である。このように、正の数の絶対値は、その数そのままであるが、負の数の絶対値は、負の符号を消去したものである。なお、0の絶対値は0である。

したがって、

$$|+5| = 5, \quad |-5| = 5, \quad |0| = 0$$

となる。



絶対値とは、距離そのものである。

一般に、数を  $a$  で表すとき、その絶対値は  $|a|$  と書く。

図1・1において、+5mのA点よりも+8mのB点の方が東（正の方向）にある。

すなわち、正の数は、絶対値が大きいほど大きい。ところが、原点0より左側では、 $-8\text{ m}$ のB点よりも $-5\text{ m}$ のA点の方が東(正の方向)にある。つまり、負の数は、絶対値が小さいほど大きいことになる。

要点

絶対値は、原点からの距離を表す。

したがって、距離は常に正(+ )の数なので、

$$\begin{array}{ccc} | + 5 | = 5 & & | - 5 | = 5 \quad \text{となる。} \\ \text{絶対値の記号} & & \text{絶対値の記号} \end{array}$$

### 1-1-3 数の大小

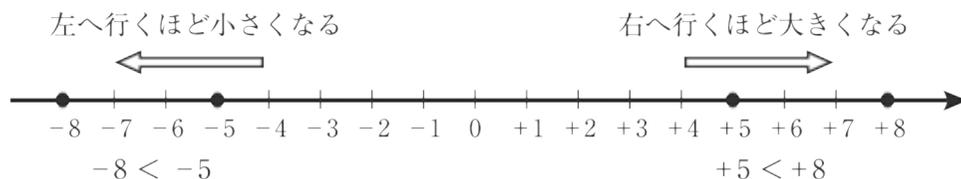
このように、数直線上で、0と負の数を含めて、点が正の方向へ行くにつれて、その点に対応する数は大きくなることがわかる。したがって、負の方向へ行くほど数は小さくなる。

そこで、不等号「 $<$ 」または「 $>$ 」を使って表せば、

$$+5 < +8 \quad \text{あるいは} \quad +8 > +5$$

$$-8 < -5 \quad \text{あるいは} \quad -5 > -8$$

と表すことができる。



いま、0と $-5$ と $+8$ の3つの数の大小関係を考えると、

$$-5 < 0 \quad \text{あるいは} \quad 0 > -5$$

であり、なおかつ、

$$0 < +8 \quad \text{あるいは} \quad +8 > 0$$

となるから、この2つをまとめて、

$$-5 < 0 < +8 \quad \text{あるいは} \quad +8 > 0 > -5$$

と表すことができる。

これまで述べたように、正の数と負の数は、数直線上の点の位置を表すのに便利であるばかりでなく、温度や標高などを表すにも便利である。温度を表すには、氷の溶ける温度を基準の $0^{\circ}\text{C}$ と定め、これより高い温度には+を付け、低い温度には-を付ける。また、標高を表すには、東京湾平均海面を基準の $0\text{m}$ と定め、これより高い地点の標高には+を付け、低い地点の標高には-を付ける。

### 《 練習問題 1 》

① 次の数の中から、正の数をすべて選べ。

- ①  $+3$       ②  $1.5$       ③  $-7$       ④  $-\frac{2}{3}$       ⑤  $0$   
 ⑥  $\frac{2}{5}$       ⑦  $+0.1$       ⑧  $-100$       ⑨  $-0.001$       ⑩  $25.3$

② 下の数直線で、(1)～(4)の数に対応する点をしるせ。

- (1)  $-4$       (2)  $+2$       (3)  $-\frac{5}{2}$       (4)  $+1.5$



③ 次の数の絶対値をいえ。

- (1)  $+7$       (2)  $-10$       (3)  $+2.5$       (4)  $-\frac{2}{3}$

④ 次の各組の数の大小を、不等号を使って表せ。

- (1)  $+4, -3$       (2)  $-12, -7$       (3)  $+6, -9, 0$

解答は50ページへ ⇨